ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΑΤΡΩΝ - ΤΜΗΥΠ

ΒΑΣΕΙΣ ΔΕΔΟΜΕΝΩΝ Ι

Β. Μεγαλοοικονόμου

Δ. Χριστοδουλάκης

Συναρτησιακές Εξαρτήσεις (Functional Dependencies)

(παρουσίαση βασισμένη εν μέρη σε σημειώσεις των Silberchatz, Korth και Sudarshan και του C. Faloutsos)

Επισκόπηση

- Τυπικές Γλώσσες Ερωτημάτων
  - Σχεσιακή Άλγεβρα
- Εμπορικές Γλώσσες Ερωτημάτων
  - SQL
  - QBE
- Περιορισμοί Ακεραιότητας
- **Συναρτησιακές Εξαρτήσεις**
- Κανονικοποίηση - ‘καλός’ σχεδιασμός ΒΔ

Επισκόπηση

- Περιορισμοί πεδίου ορισμού, ακεραιότητας
- Βεβαιώσεις (assertions) και σκανδάλες (triggers)
- Ασφάλεια
- **Συναρτησιακές Εξαρτήσεις**
  - Γιατί;
  - Ορισμός
  - Τα αξιώματα Armstrong
  - Κλειστότητα (closure) και κάλυψη (cover)

Συναρτησιακές Εξαρτήσεις

- Κίνητρο: ‘καλοί’ πίνακες στη βάση

Παίρνει1 (<u>ΑΜ</u>, <u>κωδ-μ</u>, βαθμός, όνομα, διεύθυνση)

Είναι καλό το παραπάνω παράδειγμα ή όχι;

Συναρτησιακές Εξαρτήσεις

Παίρνει1 (<u>ΑΜ</u>, <u>κωδ-μ</u>, βαθμός, όνομα, διεύθυνση)

ΑΜ	**Κωδ-μ**	**Βαθμός**	**Όνομα**	**Διεύθυνση**
123	413	A	Τάτσης	Αιόλου
123	415	B	Τάτσης	Αιόλου
123	211	A	Τάτσης	Αιόλου

Συναρτησιακές Εξαρτήσεις

Γιατί δεν είναι ‘καλό’;

ΑΜ	**Κωδ-μ**	**Βαθμός**	**Όνομα**	**Διεύθυνση**
123	413	Α	Τάτσης	Αιόλου
123	415	Β	Τάτσης	Αιόλου
123	211	Α	Τάτσης	Αιόλου

Συναρτησιακές Εξαρτήσεις

- Πλεονασμός
  - Χώρος αποθήκευσης
- Έλειψη συνέπειας (inconsistencies)
  - Προβλήματα κατά την εισαγωγή και διαγραφή (....)
- Τι προκάλεσε το πρόβλημα;

Συναρτησιακές Εξαρτήσεις

Το ‘όνομα’ εξαρτάται από το ‘AM’

Τι σημαίνει «εξαρτάται»;

AM	**Κωδ-μ**	**Βαθμός**	**Όνομα**	**Διεύθυνση**
123	413	A	Τάτσης	Αιόλου
123	415	B	Τάτσης	Αιόλου
123	211	A	Τάτσης	Αιόλου

Συναρτησιακές Εξαρτήσεις

Ορισμός: $a \rightarrow b$

‘a’ συναρτησιακά καθορίζει το ‘b’

ΑΜ	**Κωδ-μ**	**Βαθμός**	**Όνομα**	**Διεύθυνση**
123	413	Α	Τάτσης	Αιόλου
123	415	Β	Τάτσης	Αιόλου
123	211	Α	Τάτσης	Αιόλου

Συναρτησιακές Εξαρτήσεις

Άτυπος Ορισμός: αν γνωρίζεις το a τότε υπάρχει μόνο ένα b που του *ταιριάζει*

AM	**Κωδ-μ**	**Βαθμός**	**Όνομα**	**Διεύθυνση**
123	413	A	Τάτσης	Αιόλου
123	415	B	Τάτσης	Αιόλου
123	211	A	Τάτσης	Αιόλου

Συναρτησιακές Εξαρτήσεις

Τυπικά:

$$X \rightarrow Y \qquad \Rightarrow \quad (t1[x] = t2[x] \Rightarrow t1[y] = t2[y])$$

Αν δύο πλειάδες συμφωνούν ως προς το γνώρισμα Χ, **πρέπει** επίσης να συμφωνούν και ως προς το γνώρισμα Υ (π.χ αν το ΑΜ είναι το ίδιο τότε ίδια πρέπει να είναι και η διεύθυνση)

..μια συναρτησιακή εξάρτηση είναι μια γενίκευση της έννοιας του κλειδιού

ΓΙΑΤΙ;

Συναρτησιακές Εξαρτήσεις

Το X και το Y μπορεί να είναι σύνολα γνωρισμάτων

Άλλα παραδείγματα;;;

ΑΜ	**Κωδ-μ**	**Βαθμός**	**Όνομα**	**Διεύθυνση**
123	413	Α	Τάτσης	Αιόλου
123	415	Β	Τάτσης	Αιόλου
123	211	Α	Τάτσης	Αιόλου

Συναρτησιακές Εξαρτήσεις

ΑΜ → όνομα, διεύθυνση

ΑΜ, Κωδ-μ → Βαθμός

ΑΜ	**Κωδ-μ**	**Βαθμός**	**Όνομα**	**Διεύθυνση**
123	413	Α	Τάτσης	Αιόλου
123	415	Β	Τάτσης	Αιόλου
123	211	Α	Τάτσης	Αιόλου

Συναρτησιακές Εξαρτήσεις

Το K είναι **υπερκλειδί** της σχέσης R iff (αν και μόνο αν) K → R

Το K είναι **υποψήφιο κλειδί** της σχέσης R iff (αν και μόνο αν):

K → R

για κανένα a ⊂ K, a → R

Συναρτησιακές Εξαρτήσεις

Κλειστότητα (closure) ενός συνόλου συναρτησιακών εξαρτήσεων:

- όλες οι υπονοούμενες (συναγόμενες) συναρτησιακές εξαρτήσεις

Παράδειγμα: οι συναρτησιακές εξαρτήσεις (Σ.Ε.):

ΑΜ→ όνομα, διεύθυνση

ΑΜ, Κωδ-μ → βαθμός

συνάγουν τις παρακάτω Σ.Ε.:

ΑΜ, Κωδ-μ → βαθμός, όνομα, διεύθυνση

ΑΜ, Κωδ-μ → ΑΜ

Σ.Ε. - Τα αξιώματα Armstrong

Κλειστότητα συνόλου συναρτησιακών εξαρτήσεων:

- όλες οι υπονοούμενες (συναγόμενες) συναρτησιακές εξαρτήσεις

Παράδειγμα:

ΑΜ → όνομα, διεύθυνση

ΑΜ, Κωδ-μ → βαθμός

Πώς θα βρούμε όλες τις συναγόμενες συναρτησιακές εξαρτήσεις με συστηματικό τρόπο;

Σ.Ε. - Τα αξιώματα Armstrong

Τα αξιώματα του Armstrong εξασφαλίζουν **ορθότητα** (soundness) δηλ. δε δίνουν λανθασμένες εξαρτήσεις και **πληρότητα** (completeness) :

- **Ανακλαστικότητα** (Reflexivity) $Y \subseteq X \Rightarrow X \to Y$

  π.χ., AM, όνομα → AM

- **Επαυξητικότητα** (Augmentation) $X \to Y \Rightarrow XW \to YW$

  (επαυξητικότητα):

  π.χ., AM → όνομα τότε AM, βαθμός → όνομα, βαθμός

Σ.Ε. - Τα αξιώματα Armstrong

- **Μεταβατικότητα**

  (μεταβατικότητα)

$$\left.\begin{array}{l} X \to Y \\ Y \to Z \end{array}\right\} \Rightarrow X \to Z$$

ΑΦΜ → διεύθυνση

διεύθυνση → ΦορολογικήΚλίμακαΝομού

ΤΟΤΕ:

ΑΦΜ → ΦορολογικήΚλίμακαΝομού

Σ.Ε. - Τα αξιώματα Armstrong

Ανακλαστικότητα: $Y \subseteq X \Rightarrow X \rightarrow Y$

Επαυξητικότητα: $X \rightarrow Y \Rightarrow XW \rightarrow YW$

Μεταβατικότητα: $\left.\begin{array}{l} X \rightarrow Y \\ Y \rightarrow Z \end{array}\right\} \Rightarrow X \rightarrow Z$

Αξιώματα Armstrong: Βάσιμοι και Πλήρεις Κανόνες Συμπερασμού

Σ.Ε. – Πώς θα βρούμε την Κλειστότητα F^+

$F^+ = F$

repeat

for each Σ.Ε. f στο F^+

εφάρμοσε τους κανόνες ανακλαστικότητας και επαυξητικότητας στο f

πρόσθεσε τις προκύπτουσες Σ.Ε. στο F^+

for each ζεύγος Σ.Ε. f_1 και f_2 στο F^+

if f_1 και f_2 μπορούν να συνδυαστούν με τη χρήση της μεταβατικότητας

then πρόσθεσε την προκύπτπυσα Σ.Ε. στο F^+

until το F^+ δεν μεταβάλλεται άλλο

- Μπορούμε να απλοποιήσουμε τη χειρωνακτική διαδικασία υπολογισμού του F^+ (κλειστότητα του F) χρησιμοποιώντας τους ακόλουθους επιπλέον κανόνες

Σ.Ε. - Τα αξιώματα Armstrong

Επιπλέον κανόνες:

Ενωτικός Κανόνας (Union)

$$\left.\begin{array}{l} X \rightarrow Y \\ X \rightarrow Z \end{array}\right\} \Rightarrow X \rightarrow YZ$$

Διασπαστικός Κανόνας (Decomposition)

$$X \rightarrow YZ \Rightarrow \left.\begin{array}{l} X \rightarrow Y \\ X \rightarrow Z \end{array}\right\}$$

Ψευδομεταβατικός Κανόνας (Pseudo-transitivity)

$$\left.\begin{array}{l} X \rightarrow Y \\ YW \rightarrow Z \end{array}\right\} \Rightarrow XW \rightarrow Z$$

Σ.Ε. - Τα αξιώματα Armstrong

Απόδειξη του Ενωτικού Κανόνα (Union) Συμπερασμού με χρήση των τριών αξιωμάτων του Armstrong

$$\left.\begin{array}{l} X \rightarrow Y \\ X \rightarrow Z \end{array}\right\} \overset{?}{\Rightarrow} X \rightarrow YZ$$

Σ.Ε. - Τα αξιώματα Armstrong

Απόδειξη του Ενωτικού Κανόνα (Union) Συμπερασμού με χρήση των τριών αξιωμάτων του Armstrong

$$\left.\begin{array}{ll} X \rightarrow Y & (1) \\ X \rightarrow Z & (2) \end{array}\right\}$$

$$(1) + \varepsilon\pi\alpha\upsilon\xi.\ \mu\varepsilon / Z \Rightarrow XZ \rightarrow YZ \ (3)$$

$$(2) + \varepsilon\pi\alpha\upsilon\xi\ \mu\varepsilon / X \Rightarrow XX \rightarrow XZ \ (4)$$

$$\acute{o}\mu\omega\varsigma\ XX\ \varepsilon\acute{\iota}\nu\alpha\iota\ X,\ \varepsilon\pi o\mu\acute{\varepsilon}\nu\omega\varsigma$$

$$(3) + (4)\ \kappa\alpha\iota\ \mu\varepsilon\tau\alpha\beta \Rightarrow X \rightarrow YZ$$

Σ.Ε. - Τα αξιώματα Armstrong

Απόδειξη του Ψευδομεταβατικού Κανόνα (Pseudo-transitivity) Συμπερασμού με χρήση των αξιωμάτων του Armstrong

$$Y \subseteq X \Rightarrow X \to Y$$

$$X \to Y \Rightarrow XW \to YW$$

$$\left.\begin{array}{l} X \to Y \\ Y \to Z \end{array}\right\} \Rightarrow X \to Z$$

$$\left.\begin{array}{l} X \to Y \\ YW \to Z \end{array}\right\} \overset{?}{\Rightarrow} XW \to Z$$

Σ.Ε. - Τα αξιώματα Armstrong

Απόδειξη του Διασπαστικού Κανόνα (Decomposition) Συμπερασμού με χρήση των αξιωμάτων του Armstrong

$$Y \subseteq X \Rightarrow X \to Y$$

$$X \to Y \Rightarrow XW \to YW$$

$$\left.\begin{array}{l} X \to Y \\ Y \to Z \end{array}\right\} \Rightarrow X \to Z$$

$$X \to YZ \overset{?}{\Rightarrow} \left.\begin{array}{l} X \to Y \\ X \to Z \end{array}\right\}$$

Σ.Ε. - Κλειστότητα F^+

- Δοθέντος ενός συνόλου F συναρτησιακών εξαρτήσεων (ΣΕ)
- F^+ είναι το σύνολο όλων των συναγόμενων ΣΕ

Παράδειγμα:

Παίρνει (ΑΜ, Κωδ-μ, βαθμός,όνομα, διεύθυνση)

$$\left.\begin{array}{l} \text{ΑΜ, Κωδ-μ} \rightarrow \text{βαθμός} \\ \text{ΑΜ} \rightarrow \text{όνομα, διεύθυνση} \end{array}\right\} F$$

Σ.Ε. - Κλειστότητα F^+

AM, Κωδ-μ → βαθμός

AM → όνομα, διεύθυνση

AM → AM

AM, Κωδ-μ → διεύθυνση

Κωδ-μ, διεύθυνση → Κωδ-μ

...

F+

Σ.Ε. - Κλειστότητα F^+

$R = (A, B, C, G, H, I)$

$F = \{A \rightarrow B$

$A \rightarrow C$

$CG \rightarrow H$

$CG \rightarrow I$

$B \rightarrow H\}$

Ορισμένα μέλη του F+:

$A \rightarrow H$

$AG \rightarrow I$

$CG \rightarrow HI$

Σ.Ε. - Κλειστότητα A^+

- Δοθέντος ενός συνόλου F συναρτησιακών εξαρτήσεων (σε ένα σχήμα)
- A^+ είναι το σύνολο όλων των γνωρισμάτων που καθορίζονται (εξαρτώνται) από το A

Παράδειγμα

Παίρνει (ΑΜ, Κωδ-μ, βαθμός, όνομα, διεύθυνση)

$$\left.\begin{array}{l} \text{ΑΜ, Κωδ-μ} \rightarrow \text{βαθμός} \\ \text{ΑΜ} \rightarrow \text{όνομα, διεύθυνση} \end{array}\right\} F$$

{ΑΜ}+ =??

Σ.Ε. - Κλειστότητα A^+

Παίρνει (AM, Κωδ-μ, βαθμός, όνομα, διεύθυνση)

$$\left.\begin{array}{l}\text{AM, Κωδ-μ} \rightarrow \text{βαθμός}\\ \text{AM} \rightarrow \text{όνομα, διεύθυνση}\end{array}\right\}F$$

{AM}+ ={AM,

όνομα, διεύθυνση}

Σ.Ε. - Κλειστότητα A^+

Παίρνει (ΑΜ, Κωδ-μ, βαθμός, όνομα, διεύθυνση)

$$\left.\begin{array}{l}\text{ΑΜ, Κωδ-μ} \rightarrow \text{βαθμός} \\ \text{ΑΜ} \rightarrow \text{όνομα, διεύθυνση}\end{array}\right\} F$$

{Κωδ-μ}+ = ??

Σ.Ε. - Κλειστότητα A^+

Παίρνει (ΑΜ, Κωδ-μ, βαθμός, όνομα, διεύθυνση)

$$\left.\begin{array}{l} \text{ΑΜ, Κωδ-μ} \rightarrow \text{βαθμός} \\ \text{ΑΜ} \rightarrow \text{όνομα, διεύθυνση} \end{array}\right\} F$$

{Κωδ-μ, ΑΜ}+ = ??

Σ.Ε. - Κλειστότητα A^+

Αν   A+ = {όλα τα γνωρίσματα του πίνακα}

τότε το ‘A’ είναι υποψήφιο κλειδί

Σ.Ε. - Κλειστότητα A^+

Αλγόριθμος υπολογισμού α^+, κλειστότητα του α με βάση το σύνολο συναρτησιακών εξαρτήσεων *F*

αποτέλεσμα := α;
while (υπάρχουν αλλαγές στο αποτέλεσμα) **do**
  for each $\beta \rightarrow \gamma$ **στην** *F* **do**
    begin
      if $\beta \subseteq$ αποτέλεσμα **then**
        αποτέλεσμα := αποτέλεσμα $\cup\ \gamma$
    end

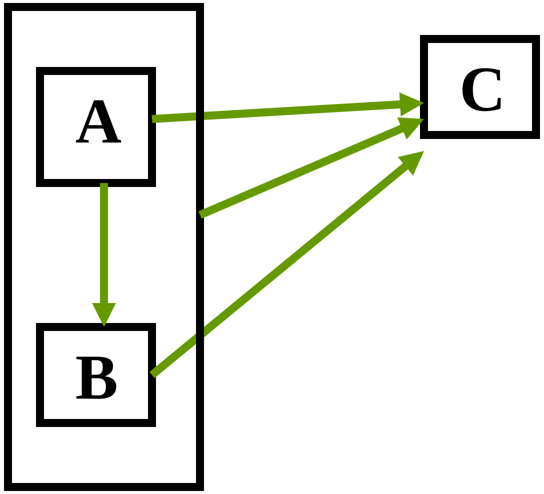
Σ.Ε. - Κλειστότητα A^+(παράδειγμα)

- $R = (A, B, C, G, H, I)$
- $F = \{A \rightarrow B,\ A \rightarrow C,\ CG \rightarrow H,\ CG \rightarrow I,\ B \rightarrow H\}$
- $(AG)^+$
  1. αποτέλεσμα = AG
  2. αποτέλεσμα = $ABCG$ ($A \rightarrow C$ και $A \rightarrow B$)
  3. αποτέλεσμα = $ABCGH$ ($CG \rightarrow H$ και $CG \subseteq AGBC$)
  4. αποτέλεσμα = $ABCGHI$ ($CG \rightarrow I$ και $CG \subseteq AGBCH$)
- Είναι το AG υποψήφιο κλειδί;
  1. Είναι το AG υπερκλειδί;
     1. Ισχύει $AG \rightarrow R$;
  2. Είναι οποιδήποτε υποσύνολο του AG υπερκλειδί;
     1. Ισχύει $A^+ \rightarrow R$;
     2. Ισχύει $G^+ \rightarrow R$;

Σ.Ε. - Κλειστότητα A^+

Διαγράμματα

AB → C (1)
A → BC (2)
B → C (3)
A → B (4)



Σ.Ε. - Ελάχιστο Κάλυμμα Fc

Δοθέντος ενός συνόλου F από συναρτησιακές εξαρτήσεις

Fc (ελάχιστο κάλλυμα) είναι το ελάχιστο σύνολο ισοδύναμων συναρτησιακών εξαρτήσεων

Παράδειγμα:

Παίρνει(ΑΜ, Κωδ-μ, βαθμός, όνομα, διεύθυνση)

$$\left.\begin{array}{l} \text{ΑΜ, Κωδ-μ} \rightarrow \text{βαθμός} \\ \text{ΑΜ} \rightarrow \text{όνομα, διεύθυνση} \\ \text{ΑΜ, όνομα} \rightarrow \text{όνομα, διεύθυνση} \\ \text{ΑΜ, Κωδ-μ} \rightarrow \text{βαθμός, όνομα} \end{array}\right\} F$$

Σ.Ε. - Ελάχιστο Κάλυμμα Fc

Fc

AM, Κωδ-μ → βαθμός

AM → όνομα, διεύθυνση

AM, όνομα → όνομα, διεύθυνση

AM, Κωδ-μ → βαθμός, όνομα

Σ.Ε. - Ελάχιστο Κάλυμμα

- Γιατί το χρειαζόμαστε;
- Πώς θα το ορίσουμε;
- Πώς θα το υπολογίσουμε αποτελεσματικά;

Σ.Ε. - Ελάχιστο Κάλυμμα

- Γιατί το χρειαζόμαστε;

  Μας διευκολύνει στον υπολογισμό των υποψήφιων κλειδιών

- Πώς θα το ορίσουμε;
- Πώς θα το υπολογίσουμε αποτελεσματικά;

Σ.Ε. - Ελάχιστο Κάλυμμα Fc

- Πώς θα το ορίσουμε; Τρεις ιδιότητες:
  - Κάθε ΣΕ a → b δεν έχει περιττά γνωρίσματα στο αριστερό της μέλος
  - Κάθε ΣΕ a → b δεν έχει περιττά γνωρίσματα στο δεξιό της μέλος
  - Όλα τα στοιχεία του αριστερού μέλους είναι μοναδικά

Σ.Ε. - Ελάχιστο Κάλυμμα

Πότε ένα γνώρισμα είναι περιττό (‘extraneous’);

(i) αν ισχύει η κλειστότητα τόσο πριν όσο και μετά την απαλοιφή του γνωρίσματος

ή

(ii) αν το σύνολο Σ.Ε. F-πριν συνάγει το σύνολο Σ.Ε. F-μετά και αντίστροφα

Σ.Ε. - Ελάχιστο Κάλυμμα Fc

AM, Κωδ-μ → βαθμός

AM → όνομα, διεύθυνση

AM, ~~όνομα~~ → όνομα, διεύθυνση

AM, Κωδ-μ → βαθμός, ~~όνομα~~

F

Σ.Ε. - Ελάχιστο Κάλυμμα

ΑΛΓΟΡΙΘΜΟΣ:

Εξέτασε κάθε ΣΕ, αφαίρεσε τα περιττά γνωρίσματα στο αριστερό και στο δεξιό μέλος της συνάρτησης

Συγχώνευσε τις ΣΕ που έχουν το ίδιο αριστερό μέλος

Επανέλαβε τα παραπάνω μέχρι να μην υπάρχει αλλαγή στο αποτέλεσμα

Σ.Ε. - Ελάχιστο Κάλυμμα

Αλγόριθμος Υπολογισμού

AB → C (1)

A → BC (2)

B → C (3)

A → B (4)

Σ.Ε. - Ελάχιστο Κάλυμμα

Αλγόριθμος Υπολογισμού

AB → C (1)

A → BC (2)

B → C (3)

A → B (4)

Συγχωνεύονται τα (4) και (2)

AB → C (1)

A → BC (2)

B → C (3)

Σ.Ε. - Ελάχιστο Κάλυμμα

AB → C (1)

A → BC (2)

B → C (3)

AB → C (1)

A → B (2’)

B → C (3)

Στο (2): το ‘C’ είναι περιττό

Σ.Ε. - Ελάχιστο Κάλυμμα

AB $\rightarrow$ C (1)

A $\rightarrow$ B (2')

B $\rightarrow$ C (3)

B $\rightarrow$ C (1')

A $\rightarrow$ B (2')

B $\rightarrow$ C (3)

Στο (1): το 'A' είναι περιττό

Σ.Ε. - Ελάχιστο Κάλυμμα

B → C (1’)

A → B (2’)

B → C (3)

Συγχωνεύονται τα (1’) και (3)

A → B (2’)
B → C (3)

Τίποτα δεν είναι περιττό!
«Ελάχιστο Κάλυμμα»

Σ.Ε. - Ελάχιστο Κάλυμμα

ΠΡΙΝ

$AB \rightarrow C$ (1)

$A \rightarrow BC$ (2)

$B \rightarrow C$ (3)

$A \rightarrow B$ (4)

ΜΕΤΑ

$A \rightarrow B$ (2')

$B \rightarrow C$ (3)

Επισκόπηση -συμπεράσματα

- Περιορισμοί πεδίου ορισμού, ακεραιότητας
- Βεβαιώσεις και Σκανδάλες
- Συναρτησιακές Εξαρτήσεις
  - Γιατί
  - Ορισμός
  - Τα Αξιώματα του Armstrong
  - Κλειστότητα και Κάλυμμα